

## 1. Αναγκαίες, a priori, αναλυτικές προτάσεις

- Προτάσεις των οποίων η αλήθεια μάς είναι γνωστή ανεξαρτήτως της εμπειρίας μας ονομάζονται **a priori**. Προτάσεις των οποίων η αλήθεια εξαρτάται από εμπειρική επαλήθευση ονομάζονται **a posteriori**. Η διάκριση αυτή είναι *γνωσιολογική*: αφορά δύο διαφορετικά είδη γνώσης.
- **Αναγκαίες** είναι οι προτάσεις των οποίων η άρνηση αποτελεί αντίφαση. **Ενδεχομενικές** είναι οι προτάσεις των οποίων η άρνηση δεν συνιστά αντίφαση. Η διάκριση αυτή είναι *μεταφυσική*: αφορά τις αντιλήψεις μας για τη φύση της πραγματικότητας.
- **Αναλυτικές** είναι οι προτάσεις των οποίων η αλήθεια ή το ψεύδος εξαρτάται αποκλειστικά από τις σημασιολογικές σχέσεις που ορίζουν την πρόταση. **Συνθετικές** είναι οι προτάσεις των οποίων η αλήθεια εξαρτάται από τη σχέση της πρότασης προς την κατάσταση πραγμάτων που περιγράφει. Η διάκριση αυτή είναι κυρίως *σημασιολογική*.

Αναγκαίες = a priori = αναλυτικές; Αντιπαραδείγματα:

- «Η Mogadishu είναι η Hamar» (=πρωτεύουσα της Σομαλίας) : αναγκαία, a posteriori.
- «Αυτή τη στιγμή είμαι εδώ» : αναγκαία, συνθετική.

*Προσοχή*: είναι παραπλανητικοί οι ορισμοί και τα παραδείγματα στις σσ. 288-9 του βιβλίου της Φιλίππακη-Warburton, *Εισαγωγή στη θεωρητική γλωσσολογία*.

## 2. Λογικές-Σημασιολογικές σχέσεις μεταξύ προτάσεων

		Άρνηση	Συνεπαγωγή	Ισοδυναμία	Σύζευξη	Διάζευξη (εγκλειστική)	Διάζευξη (αποκλειστική)
p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \vee\! \vee q$
A	A	Ψ	A	A	A	A	Ψ
A	Ψ		Ψ	Ψ	Ψ	A	A
Ψ	A	A	A	Ψ	Ψ	A	A
Ψ	Ψ		A	A	Ψ	Ψ	Ψ

Σημασιολογική συνεπαγωγή	Συνωνυμία / Παράφραση (Σημασιολογική)	Αντίφαση (Σημασιολογική)
$p \rightarrow_{\sigma} q$	$p \text{ παρ } q$	$p \text{ αντ } q$
$A \rightarrow A$	$A \rightarrow_{\sigma} A$	$A \rightarrow_{\sigma} \Psi$
$\Psi \rightarrow A \vee \Psi$	$\Psi \rightarrow_{\sigma} \Psi$	$\Psi \rightarrow_{\sigma} A$
$\Psi \leftarrow \Psi$	$\Psi \leftarrow_{\sigma} \Psi$	$A \leftarrow_{\sigma} \Psi$
$A \vee \Psi \leftarrow A$	$A \leftarrow_{\sigma} A$	$\Psi \leftarrow_{\sigma} A$

### 3. Πίνακες αληθείας και συλλογισμοί

A. Αποδείξτε τους ακόλουθους «νόμους της λογικής»:

$p \leftrightarrow p$	Αυτεπαγωγή
$p \leftrightarrow \neg(\neg p)$	Διπλή άρνηση
$p \vee \neg p$	Νόμος του αποκλειομένου τρίτου
$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$	Modus ponens (διά της θέσεως)
$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$	Modus tollens (διά της άρσεως)
$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$	Υποθετικός συλλογισμός (μεταβατικότητα)
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$	Νόμος της αναστροφής
$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$	Διαζευκτικός συλλογισμός
$\neg(p \vee q) \leftrightarrow [(\neg p) \wedge (\neg q)]$	Νόμοι De Morgan
$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow [(\neg p) \vee (\neg q)]$	
$\neg[p \wedge (\neg p)]$	Νόμος της αντίφασης
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$	Ορισμός της συνεπαγωγής
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow [\neg(p \wedge \neg q)]$	
$(p \wedge p) \leftrightarrow p$	Κανόνες απλοποίησης
$(p \vee p) \leftrightarrow p$	
$[p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow p$	
$[p \wedge (p \vee q)] \leftrightarrow p$	

B. Δεδομένης της συνεπαγωγής  $p \rightarrow q$ , ορίζουμε:

1. την *αντίστροφη* συνεπαγωγή  $q \rightarrow p$
2. την *αντίθετη* συνεπαγωγή  $\neg p \rightarrow \neg q$
3. την *ανάστροφη* συνεπαγωγή  $\neg q \rightarrow \neg p$ .

Έχουν όλες την ίδια σημασία [=ίδιο πίνακα τιμών αληθείας] με την αρχική συνεπαγωγή;

Γ. «Παράδοξα της συνεπαγωγής». Δείξτε ότι

1.  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2.  $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
3.  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ .

Δ. Πρόσθετες (σημασιο-)λογικές σχέσεις μεταξύ των προτάσεων:

p	q	είτε p είτε q: $(p \vee q) \wedge$ $[\neg(p \wedge q)]$	ούτε p ούτε q: $\neg p \wedge \neg q$	p εκτός εάν q: $\neg q \rightarrow p$	p επειδή q: $q \rightarrow p$	όλα τα p είναι q: $p \rightarrow q$	κανένα p δεν είναι q: $p \rightarrow \neg q$
A	A	Ψ	Ψ	A	A	A	Ψ
A	Ψ	A	Ψ	A	A	Ψ	A
Ψ	A	A	Ψ	A	Ψ	A	A
Ψ	Ψ	Ψ	A	Ψ	A	A	A

E. Μεταγράψτε σε συμβολική μορφή και φτιάξτε πίνακες τιμών αληθείας:

1. Ούτε ο Γιάννης ούτε η Μαρία θα έρθουν στο πάρτι, εκτός εάν δεν έρθει ο Γιώργος.
2. Αφού ο Γιάννης δεν παρακολουθεί τα μαθήματα ούτε ανέλαβε εργασία στο μάθημα, δεν θα περάσει τις εξετάσεις, εκτός εάν αντιγράψει.